

Todennäköisyyslaskenta

Tässäpä sitä sitten edetään ilman kirjaa. Koetan laittaa tähän alkuun tarpeelliset kaavat (tai laskusäännöt). Sitten kokoan joukon esimerkkejä kustakin säännöstä erikseen. Viimeiseksi kokoan joukon laskuja.

1. klassinen todennäköisyys

$$P(A) = \frac{k}{n}, \text{ jossa } k = \text{suotuisat ja } n = \text{kaikki alkeistapaukset}$$

2. Mahdoton

$$P(A) = 0, \text{ tapahtuma on mahdoton}$$

3. Varma

$$P(A) = 1, \text{ tapahtuma on varma}$$

4. todennäköisyyslaskennan kertolaskukaava

$$P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B), \quad \text{kertolaskusääntö}$$

5. todennäköisyyslaskennan yhteenlaskukaava, kun tapaukset ovat erilliset

$$P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B), \text{ jos tapaukset eivät riipu toisistaan.}$$

6. todennäköisyyslaskennan yhteenlaskukaava, kun tapaukset ovat erilliset

$$P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B), \text{ jos tapaukset eivät ole erillisiä}$$

7. koplementti

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}), \text{ jossa } \bar{A} \text{ on vastatapahtuma eli koplementti.}$$

8. Binomikerroin (n yli koon)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Kaava 1, Klassinen todennäköisyys

- a) Millä todennäköisyydellä arpanopalla heitettäessä saadaan luku 4?

$$P(4) = \frac{\text{suotuisat}}{\text{kaikki}} = \frac{1}{6} = 0,1666 \dots$$

- b) Luokalla on 12 poikaa ja 15 tyttöä. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu oppilas on tyttö?

$$P(\text{tyttö}) = \frac{15}{27} = 0,555 \dots$$

Kaava 2, Mahdoton

- a) Millä todennäköisyydellä arpanopalla heitettäessä saadaan luku 7?

$$P(7) = \frac{\text{suotuisat}}{\text{kaikki}} = \frac{0}{6} = 0$$

Kaava 3, Varma

- a) Millä todennäköisyydellä arpanopalla heitettäessä saadaan korkeintaan 6?

$$P(\text{korkeintaan } 6) = \frac{\text{suotuisat}}{\text{kaikki}} = \frac{6}{6} = 1$$

Kaava 4, Kertolaskukaava

- a) Millä todennäköisyydellä heitettäessä noppaa kahdesti saadaan ensin luku 4 ja sitten 6?

$$P(4, 6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 0,0277 \dots$$

Kaava 5, Yhteenlaskukaava, kun tapaukset ovat erilliset

- a) Millä todennäköisyydellä arpanopalla heitettäessä saadaan luku 4 tai 6?

$$P(4 \text{ tai } 6) = P(4) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0,33 \dots$$

- b) Pakasta nostetaan kortti. Millä todennäköisyydellä saadaan ruutu tai risti?

$$P(\text{ruutu tai risti}) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = 0,5$$

Kaava 6, Yhteenlaskukaava, kun tapaukset riippuvat toisistaan

- a) Pakasta nostetaan kortti. Millä todennäköisyydellä saadaan ruutu tai kuvakortti?

$$P(\text{ruutu tai kuvakortti}) = P(\text{ruutu}) + P(\text{kuva}) - P(\text{ruutu ja kuva})$$

$$P(\text{ruutu tai kuvakortti}) = P(\text{ruutu}) + P(\text{kuva}) - P(\text{ruutu}) \cdot P(\text{kuva}) = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{52} \\ = 0,423 \dots$$

Huom: tuosta kaavan lopusta: $P(\text{ruutu}) \cdot P(\text{kuva})$, tulee tulokseksi $\frac{3}{52}$ eli todennäköisyys sille että saadaan ruutukuvakortti. Muutenhan nuo kortit tulisi laskettua kahteen kertaan.

Kaava 7, Komplementti

- a) Millä todennäköisyydellä arpanopalla heitettäessä saadaan luku 4?

$$P(4) = 1 - P(\text{ei } 4) = 1 - \frac{5}{6} = 0,166 \dots$$

Kaava 8, Binomikaava

- a) Kuinka monta erilaista viiden kortin jakoa voi tehdä 52 kortin pakasta?

$$\binom{52}{5} = \frac{52!}{5!(52-5)!} = 2598960$$

Huomaathan, että jos korttien järjestyksellä on väliä, jakoja on $52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 = 311\,875\,200$ kpl eli yli 100-kertainen määrä.